الباب الأول
المصادر والمجالات الكهربائية والمغناطيسية الثابتة مع الزمن

Static Sources, Electric and Magnetic Fields

شهدت العقود الأخيرة تقدماً سريعاً في مسارات الهندسة الكهربائية المختلفة وخاصة مساري الاتصالات والحاسبات بحيث إن البيئة العامة أصبحت بحراً من الإشارات الكهربائية والمغناطيسية. ومن هذه الإشارات على سبيل المثال لا الحصر ما يلي:-

- المجالات الناتجة عن خطوط الضغط المنخفض والمتوسط والعالي والتي تغذي المدن والتجمعات السكانية والمصانع والبيوت .
- الإشارات الناتجة عن المحطات الإذاعية والتلفازية وأجهزة الاتصالات المتنقلة والثابتة.
- الإشعاعات الناتجة عن أجهزة الحاسوب الشخصية والتي تشهد نموا مطرداً وتزداد سرعتها بشكل يكاد يكون قياسياً.
- المجالات الكهربائية والمغناطيسية التي تولدها أجهزة التلفاز والأجهزة المختلفة الأخرى التي باتت تملأ البيوت العصرية. وقد يكون مستوى هذه المجالات الناتجة عن بعض هذه الأجهزة مرتفعاً بعض الشيء لدرجة قد يؤثر على صحة الإنسان.
- الإشعاعات الناتجة عن أنظمة الاتصالات الأخرى.

وهذا يجعل من الضرورة بمكان التعرف على الإشارات والمجالات الكهربائية والمغناطيسية (الكهرومغناطيسية) وفهم ارتباطها مع بعضها ومع المصادر التي تنتجها. سيتم في هذا الكتاب محاولة وضع الأسس الضرورية لموضوع الكهرومغناطيسية الهندسية ويكون التركيز بشكل رئيسي على المجالات المتغيرة مع الزمن، إلا أنه لابد من أن يتم تقديم الأساس الضروري واللازم لهذا الموضوع في صورة المصادر والمجالات الكهربائية والمغناطيسية

الثابتة مع الزمن لأنها تعتبر متطلباً أساسياً لموضوع هذا الكتاب. سيقدم هذا الباب شرحاً مختصراً لكل من المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن وكذلك المصادر والمجالات المغناطيسية الثابتة مع الزمن. ويشكل هذا الباب الأساس للأبواب الأخرى ويتم تقسيمه إلى خمسة أجزاء. يغطي الجزء الأول المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن ويتم تقديم المصادر الكهربائية (الشحنات) وما ينتج عنها من قوى ومجالات وجهد كهربائي، ويتم كذلك بحث خصائص المواد العازلة واستقطابها وشرح المواسع وطريقة إيجاد سعته. أما في الجزء الثاني فإنه يعالج التيار المستمر (الثابت مع الزمن) والخصائص الموصيليه للأوساط المختلفة. أما الجزء الثالث فيتم تقديم المصادر المغناطيسية (التيارات) وما ينتج عنها من قوى ومجالات وجهد مغناطيسي وسيتم بحث خصائص المواد المغناطيسية وإيجاد المحاثة. و يغطي الجزء الرابع تفاعل الشحنات مع المجالات الكهربائية والمغناطيسية. أما الجزء الخامس فيقدم الصور في المصادر الكهربائية.

1-1:- المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن

إن المصادر والمجالات الكهربائية الناتجة عنها لا تكون بالمفهوم المطلق ثابتة مع الزمن (أو غير متحركة) وإنما تكون شبه ثابتة. ويسهل افتراض أنها ثابتة مع الزمن التعامل معها في هذه المرحلة. وسيتم، لاحقاً في هذا الباب، معالجة خاصة للمصادر المتحركة. ولكن سيتم أولاً تعريف المصادر (الشحنات) وبعدها يتم الانتقال إلى إيجاد المجالات الكهربائية الناتجة ومن ثم إيجاد الآليات التي تربط بينهما.

1-1-1:- الشحنات الكهربائية Electric Charges

تتكون المواد من ذرات وتتكون الذرة من نواة تحوي على نيترونات وهي أجسام غير مشحونة وبروتونات، وزن البروتون 1.67×10^{-27} kg ، وهي أجسام اصطلح على اعتبار أن شحنتها موجبة (+) . ويدور حول النواة مجموعة من الإلكترونات في مدارات مختلفة ، وزن الإلكترون 9.11×10^{-31} kg ، وهي أجسام اصطلح على أخذ شحنتها سالبة (-)، وتستخدم وحدة الكولومب C للتعبير عن قيمة هذه الشحنات علماً بأن القيمة العددية

لشحنة البروتون هي نفسها لشحنة الإلكترون أو 1.67×10^{-19} C. وتمثل هذه البروتونات والإلكترونات الأساس للشحنات الكهربائية (أو المصادر الكهربائية) وتأتي هذه المصادر (الشحنات) بأشكال مختلفة كما يلي:-

- **شحنة نقطية (Point Charge) :-** وهي شحنة (أو عدة شحنات) مركزة عند نقطة (أو مجموعة من النقاط) ويرمز لها بالرمز q ووحداتها كولومب C.
- **شحنة خطية (Line Charge) :-** وهي شحنة مقدارها، مثلاً، q C موزعة بشكل منتظم أو غير منتظم على خط L ويعبر عنها بكثافة الشحنة الخطية ويرمز لها بالرمز ρ_L ووحداتها كولومب/متر أو C/m.
- **شحنة سطحية (Surface Charge) :-** وهي شحنة مقدارها، مثلاً، q C موزعة بشكل منتظم أو غير منتظم على سطح S ويعبر عنها بكثافة الشحنة السطحية ويرمز لها بالرمز ρ_s ووحداتها كولومب/متر مربع أو C/m^2.
- **شحنة حجمية (Volume Charge) :-** وهي شحنة مقدارها، q C موزعة بشكل منتظم أو غير منتظم في حجم V و يعبر عنها بكثافة الشحنة الحجمية ويرمز لها بالرمز ρ_v ووحداتها كولومب/متر مكعب أو C/m^3.

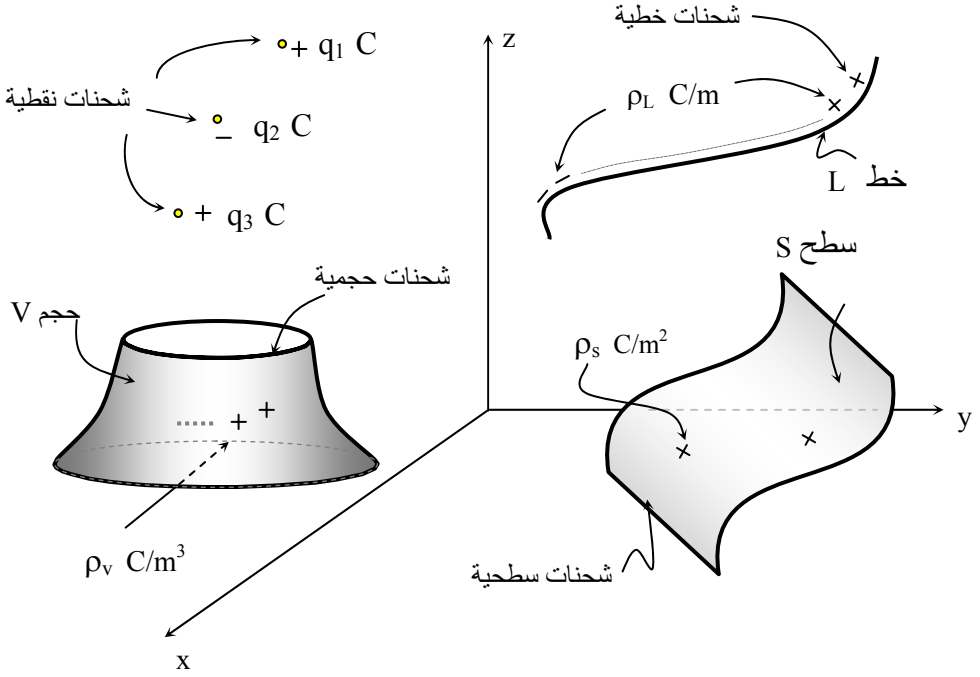
ويبين الشكل (1-1) هذه الأنماط المختلفة من الشحنات الكهربائية. وتجدر الإشارة إلى أن الشحنات المتشابهة (موجبة وموجبة أو سالبة وسالبة) تتنافر وأن الشحنات المختلفة (موجبة وسالبة أو سالبة وموجبة) تتجاذب.

1-1-2:- القوة الكهربائية والمجال الكهربائي Electric Force and Field

يمكن أن يتم فعلياً قياس ما ينتج عن الشحنات الكهربائية وبالتالي فإن معظم القوانين التي تضبط العلاقة بين الشحنات وما ينتج عنها هي في أساسها تجارب يمكن تصميمها وإجراؤها وأولها قانون كولومب (Coloumb Law) الذي يحدد القوة الكهربائية (Electric Force) **F** (سيتم استخدام حرفاً داكناً لتمثيل الكميات المتجهة) بين شحنتين q_1 C و q_2 C تفصل بينهما مسافة R_{12}، أنظر الشكل (1-2)، وهذه القوة الكهربائية تكون كما يلي:-

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 \, q_2}{4 \pi \varepsilon R_{12}^2} \, \mathbf{a}_{R12} \qquad \text{N} \qquad (1\text{-}1)$$

حيث إن $\mathbf{F}_{12}$ هي القوة التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2 علماً بأن $\mathbf{F}_{12} = - \mathbf{F}_{21}$، و $R_{12} = |\mathbf{R}_{12}| = | \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 |$ هي المسافة التي تفصل بين الشحنتين q_1 و q_2 و $\mathbf{a}_{R12}$ يمثل متجه وحدة طول و $\mathbf{r}_1$ و $\mathbf{r}_2$ يمثلان متجهات موضعية و ε هو ثابت الوسط أو سماحيته وتكون قيمته للفراغ (أو للهواء) $\varepsilon_0 = 10^{-9} / (36 \pi)$ F/m.



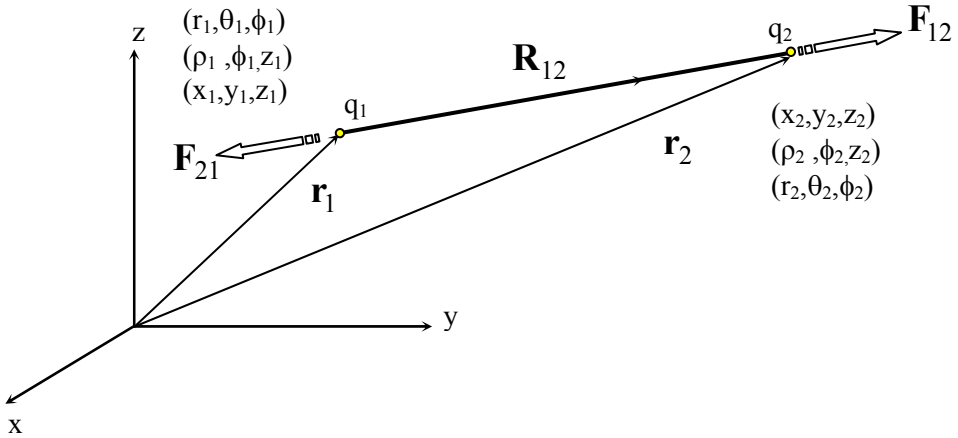
الشكل (1-1):- الأشكال المختلفة للشحنات الكهربائية:- الشحنات النقطية q_1 C و q_2 C و q_3 C والشحنة الخطية ρ_L C/m والشحنة السطحية ρ_s C/m^2 والشحنة الحجمية ρ_v C/m^3.

و يمكن من الشكل (1-2) كتابة $\mathbf{r}_1$ و $\mathbf{r}_2$ و $\mathbf{R}_{12}$ و $\mathbf{a}_{R12}$ باستخدام الإحداثيات الكارتيزية والأسطوانية والكروية كما يلي:-

$$\mathbf{r}_{1,2} = x_{1,2}\,\mathbf{a}_x + y_{1,2}\,\mathbf{a}_y + z_{1,2}\,\mathbf{a}_z = r_{1,2}\,\mathbf{a}_{r_{1,2}} + z_{1,2}\,\mathbf{a}_z = r_{1,2}\,\mathbf{a}_{r_{1,2}}$$
$$= \rho_{1,2}\cos\phi_{1,2}\,\mathbf{a}_x + \rho_{1,2}\sin\phi_{1,2}\,\mathbf{a}_y + z_{1,2}\,\mathbf{a}_z$$
$$= r_{1,2}\sin\theta_{1,2}\cos\phi_{1,2}\,\mathbf{a}_x + r_{1,2}\sin\theta_{1,2}\sin\theta_{1,2}\,\mathbf{a}_y + r_{1,2}\cos\theta_{1,2}\,\mathbf{a}_z$$

$$R_{12} = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\mathbf{a}_{R12} = [(x_2 - x_1)\,\mathbf{a}_x + (y_2 - y_1)\,\mathbf{a}_y + (z_2 - z_1)\,\mathbf{a}_z]/R_{12}$$



الشكل (1-2):- القوة الكهربائيـة $\mathbf{F}_{12}$ بين شحنتين q_1 و q_2 تفصل بينهما مسافة R_{12}.

وتعرف العلاقة المبينة في المعادلة (1-1) بقانون التربيع العكسي ويتكرر هذا القانون في المصادر والمجالات المغناطيسية وقوى الجاذبية ومسائل فيزيائية أخرى. وتبين هذه العلاقة أن هناك تماثلاً في ناتج الشحنة النقطية q_1 (في هذه الحالة)، ويتوزع هذا الناتج بشكل منتظم على سطح كرة مساحتها $4\pi R_{12}^2\ m^2$ وتؤثر هذه الشحنة بشكل طردي على الشحنة النقطية الأخرى q_2 وذلك كما تبينه العلاقة المذكورة.

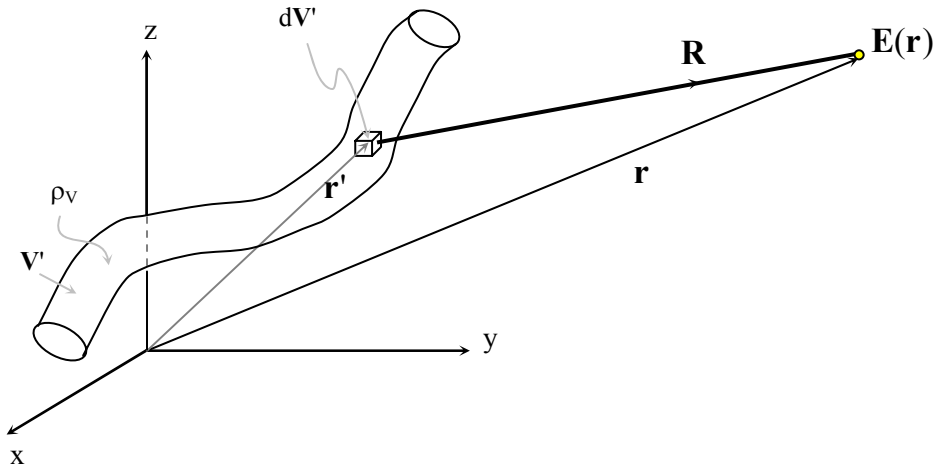
يتم الآن تعريف المجال الكهربائي **E** (Electric Field) على أنه القوة الكهربائية لكل وحدة شحنة أو أن المجال الكهربائي $\mathbf{E}_1$ عند النقطة (x_2, y_2, z_2) الناتج عن الشحنة q_1 الموضوعة عند النقطة (x_1, y_1, z_1) هو كما يلي:-

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{F}_{12}}{q_2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon R_{12}} \mathbf{a}_{R12} \qquad V/m \qquad (2\text{-}1)$$

وتكون وحداته N/C أو V/m. وإذا كان هناك شحنة حجمية موجودة في الحجم V' وكثافتها هي ρ_V كما هو مبين في الشكل (1-3) فإن المجال الكهربائي الناتج عند النقطة (x, y, z) يكون كما يلي:-

$$\mathbf{E(r)} = \iiint_{V'} \frac{\rho_V(r')\ dV'}{4\pi\varepsilon R^2} \mathbf{a}_R \qquad V/m \qquad (3\text{-}1)$$

حيث إن $R = \left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|$ و $\mathbf{a}_R = \mathbf{R} / |\mathbf{R}|$.



الشكل (1-3):- المجال الكهربائي الناتج عن شحنة حجمية.

مثال (1-1):- يبين الشكل (1-4) ثلاث شحنات نقطية موضوعة في الفراغ، الأولى $q_1 = 1$ nC عند النقطة (1, 0, 0) والثانية $q_2 = -2$ nC عند النقطة (0, 0, 0) والثالثة $q_3 = 1$ nC عند النقطة (-1, 0, 0) :- **(i)** أوجد القوة التي تؤثر بها الشحنة الأولى على كل من الشحنة الثانية والثالثة. **(ii)** أوجد ناتج القوة التي تؤثر بها الشحنة الثانية والشحنة الثالثة على الشحنة الأولى. **(iii)** أوجد المجال الكهربائي الناتج عن هذه الشحنات عند النقطة P_1 (x, y, z) والنقطة P_2 (0,0,1) والنقطة P_3 (2,0,0).

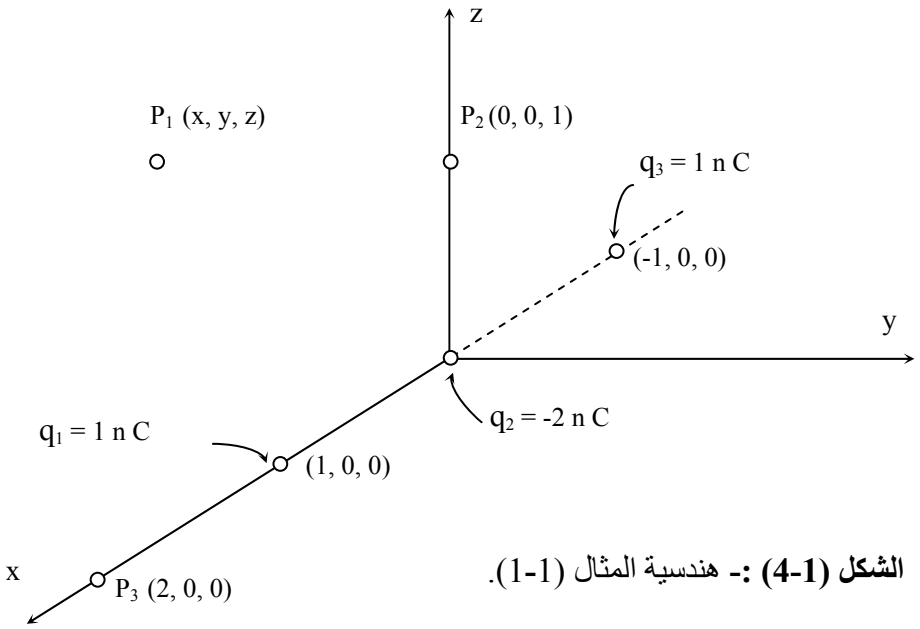
الحـــل:-

(i) القوة التي تؤثر بها الشحنة الأولى على الثانية

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{(1\times10^{-9})\,(-2\times10^{-9})\,(-\mathbf{a}_x)}{4\pi\times(10^{-9}/36\pi)\times1^2} = 18\,\mathbf{a}_x \qquad \text{nN}$$

القوة التي تؤثر بها الشحنة الأولى على الثالثة

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{(1\times10^{-9})\,(1\times10^{-9})\,(-\mathbf{a}_x)}{4\pi\times(10^{-9}/36\pi)\times2^2} = -2.25\,\mathbf{a}_x \qquad \text{nN}$$



الشكل (1-4) :- هندسية المثال (1-1).

(ii) أما ناتج القوة التي تؤثر بها الشحنتين الثانية والثالثة على الشحنة الأولى فهي كما يلي :-

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} = -\mathbf{F}_{12} - \mathbf{F}_{13} = -18\,\mathbf{a}_x + 2.25\,\mathbf{a}_x = 15.75\,\mathbf{a}_x \quad \text{nN}$$

(iii) المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P_1 هو المجموع الاتجاهي للمجال الكهربائي الناتج عن كل شحنة على حدة، أو

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{10^{-9}}{4\pi(10^{-9}/36\pi)}\left[\frac{(x-1)\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_z}{\left[(x-1)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}}\right.$$

$$\left. - \frac{2\,(x\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_z)}{\left[x^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}} + \frac{(x+1)\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_z)}{\left[(x+1)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}}\right] \text{ V/m}$$

أما المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P_2 كما يلي:-

$$\mathbf{E}(0, 0, 1) = 9\left[(-\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z)/(2\sqrt{2}) - 2\mathbf{a}_z + (\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z)/2\sqrt{2}\right]$$
$$= -11.64\,\mathbf{a}_z \quad \text{V/m}$$

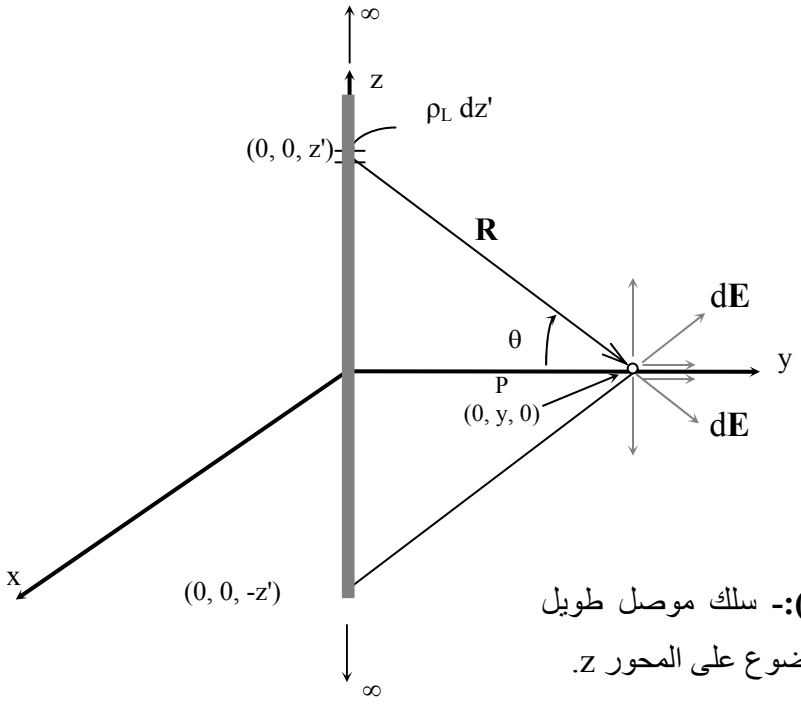
ويكون المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P_3 كما يلي:-

$$\mathbf{E}\ (2, 0, 0) = 9\left[(\mathbf{a}_x - 0.5\,\mathbf{a}_x + 0.11\,\mathbf{a}_x) = 5.5\,\mathbf{a}_x\right. \quad \text{V/m}$$

مثال (1-2):- يبين الشكل (1-5) سلكاً موصلاً طويلاً يحمل شحنة خطية كثافتها ρ_L C/m وموضوع باتجاه المحور z في الهواء، أوجد المجال الكهربائي الناتج عن هذا السلك عند النقطة P (0, y, 0).

الحـــل :-

إذا أخذ جزءٌ صغير من السلك dz' والذي يحمل شحنة مقدارها $\rho_L dz'$ C فإن المجال الكهربائي $d\mathbf{E}$ الناتج يكون كما يلي :-



الشكل (1-5):- سلك موصل طويل مشحون وموضوع على المحور z.

$$d\mathbf{E}\,(0,\,y,\,0) = \frac{\rho_L\, dz'}{4\,\pi\,\varepsilon_0\, R^2}\,\mathbf{a}_R \qquad V/m$$

حيث إن $R = (y^2 + z'^2)^{1/2}$ و $\mathbf{a}_r = (y\,\mathbf{a}_y - z'\,\mathbf{a}_z)/(y^2 + z'^2)^{1/2}$.

أو أن المجال الكهربائي الكلي الناتج عن السلك يكون كما يلي :-

$$\mathbf{E}\,(0,\,y,\,0) = \frac{\rho_L}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y\;\mathbf{a}_y - z'\,\mathbf{a}_z)}{(y^2 + z'^2)^{3/2}}\,dz' \qquad V/m$$

ومن التماثل في هذه المسألة فإن المجال الكهربائي سيكون لـــه عنصر في اتجاه $\mathbf{a}_y$ فقط (يلاحظ أن التكامل الثاني يتم على دالة مفردة وبالتالي فإن نتيجته تكون صفراً) أو أن $\mathbf{E} = E_y\mathbf{a}_y$ أو

$$E_y\,(0,\,y,\,0) = \frac{2\,\rho_L y}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_0^{\infty}\frac{dz'}{(y^2+z'^2)^{3/2}}$$

وتستخدم طريقة التعويض لإجراء هذا التكامل الأخير أو باستخدام $z' = y\tan\theta$ وبالتالي فإن $dz' = y d\theta/\cos^2\theta$ و $(y^2+z'^2)^{3/2} = y^3/\cos^2\theta$، أو

$$\int_0^{\infty}\frac{dz'}{(y^2+z'^2)^{3/2}} = \frac{1}{y^2}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta = 1/y^2$$

ويصبح المجال الكهربائي عند النقطة (0,y,0) كما يلي:-

$$E_y(0,\,y,\,0) = \rho_L/(2\,\pi\,\varepsilon_0\,y)\quad V/m$$

إذا استخدمت الإحداثيات الأسطوانية في حل هذه المسألة فإن المجال الكهربائي الناتج يكون فقط باتجاه $\mathbf{a}_\rho$ ويكون $E_\rho(r,\phi,z) = \dfrac{\rho_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,\rho}\ V/m$ حيث إن ρ هي المسافة التي تفصل النقطة المراد إيجاد المجال الكهربائي عندها عن السلك في الإحداثيات الأسطوانية.

3-1-1:- الجهد الكهربائي (Electric Potential)

يعرف الجهد الكهربائي بأنه كمية الشغل المبذول لنقل وحدة شحنة موجبة من نقطة إلى أخرى بوجود مجالٍ كهربائي. ويبين الشكل (1-6) وجود شحنة نقطية q+ وخطوط مجالها الكهربائي ووحدة شحنة موجبة تقع عند النقطة $P_1(\mathbf{r}_1)$. يلاحظ أنه سيتم بذل جهدٍ موجبٍ إذا ما حركت وحدة الشحنة الموجبة من النقطة $P_1(\mathbf{r}_1)$ إلى النقطة $P_2(\mathbf{r}_2)$ أي باتجاه معاكس لاتجاه خطوط المجال الكهربائي. كذلك فإنه سيتم بذل جهدٍ سالبٍ إذا ما حُركت وحدة الشحنة الموجبة من النقطة $P_1(\mathbf{r}_1)$ إلى النقطة $P_2'(\mathbf{r}_2')$ أي باتجاه خطوط المجال الكهربائي. ويعطى الجهد الكهربائي بالعلاقة التالية:-